



MEDIÇÃO DE VAZÃO ATRAVÉS DO MÉTODO DE GIBSON

Idalberto Ferreira de Ataides

Centro Universitário do Triângulo - UNIT
Av. Rafael Marino Neto, 600 - Jd. Karaiba
38411-186 Uberlândia – MG - Brasil

Carlos Roberto Ribeiro

Aristeu Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia
Campus Santa Mônica
Departamento de Engenharia Mecânica
38400-206 - Uberlândia – MG - Brasil

***Resumo.** Medições de vazão representam um grande desafio para engenheiros que atuam em usinas hidrelétricas ou em grandes redes de distribuição de água. Os métodos existentes, via de regra, são caros e não oferecem grande confiabilidade em termos de precisão. O método de Gibson é uma alternativa de grande precisão e de custo relativamente baixo. Neste artigo, além de considerações teóricas, serão apresentados os resultados obtidos em laboratório, que permitem tecer considerações relativas às virtudes e limitações do método devido a erros decorrentes de ruídos no sistema de aquisição e modelos de filtragem dos dados.*

***Palavras-chave:** Transiente, Gibson, Transdutor, Vazão*

1. APRESENTAÇÃO DO MÉTODO DE GIBSON

Considere a Fig. 1, onde está representado um sistema composto por um reservatório de água, um tubo de comprimento XL , uma válvula e duas seções arbitrárias, u e d , separadas por uma distância L . Em cada uma destas seções é instalado um anel piezométrico, para a medição da pressão estática do fluido ao longo do perímetro do tubo.

Inicialmente, em regime permanente, a água escoava pelo tubo com uma vazão Q_i , ocasionando uma diferença de pressão negativa entre d e u . Fechando-se gradualmente a válvula da extremidade jusante, as pressões nestas seções aumentam. A diferença de pressão, antes negativa, torna-se positiva, voltando a cair, até se estabilizar em torno do zero, alguns instantes após o completo fechamento da válvula. Uma curva típica da diferença de pressão em função do tempo é apresentada na Fig. 2.

Com o método de Gibson, propõe-se obter a vazão inicial Q_i , utilizando as informações contidas em um registro temporal como o da Fig. 2, a partir da resolução da seguinte equação integral:

$$Q_i = Q_f + \frac{gA}{L} \left[\int_{t_i}^{t_f} (H_d - H_u) dt - \frac{\Delta H_i}{Q_i^2} \int_{t_i}^{t_f} Q|Q| dt \right] \quad (1)$$

onde:

Q_f = vazão final após o fechamento completo da válvula (usualmente nula);

ΔH_i = diferença de altura piezométrica no regime permanente inicial, antes do início de fechamento da válvula (Fig. 2);

g = aceleração da gravidade;

A = área da seção transversal da tubulação no volume de controle definido pelas seções u e d (Fig. 1);

L = distância entre as tomadas de pressão u e d (Fig. 1);

t_i = início de integração;

t_f = final de integração.

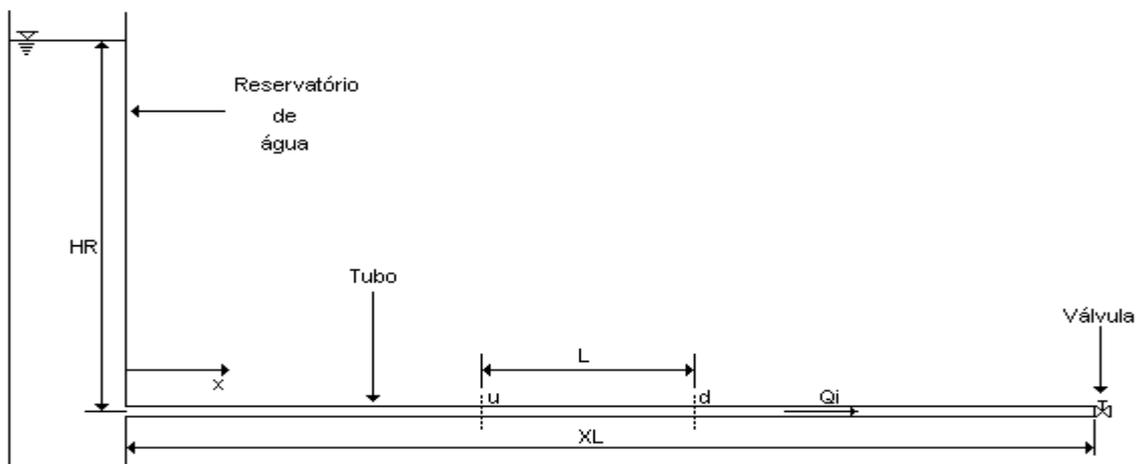


Figura 1 – Sistema composto por um reservatório, uma tubulação, uma válvula e duas tomadas de pressão u e d .

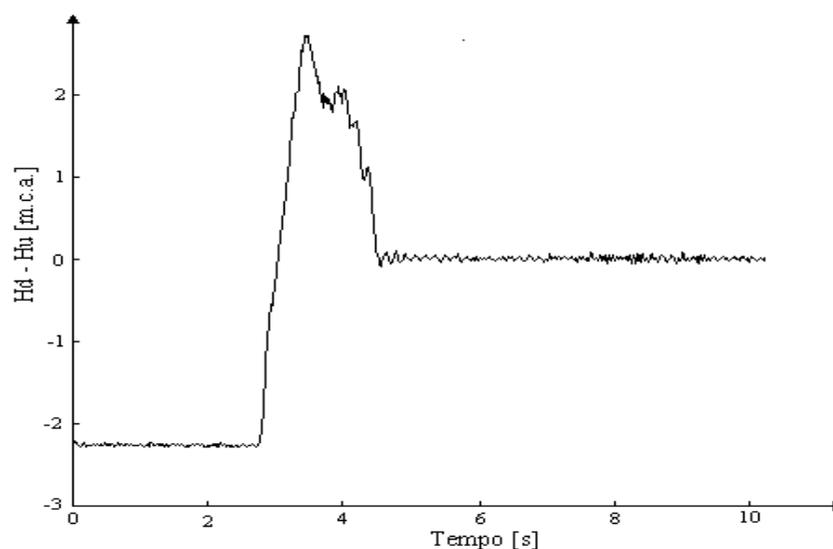


Figura 2 – Curva típica de pressão-tempo para o fechamento da válvula

Omitindo-se, por ora, os aspectos numéricos envolvidos na sua solução, a Eq. (1) permite obter a evolução da vazão Q ao longo do tempo, onde a incógnita Q_i entra como condição inicial (Fig. 3). Nota-se que, a partir do início da manobra de fechamento, a vazão vai decaindo até assumir o valor final $Q_f = 0$, quando a válvula encontra-se totalmente fechada e o sistema entra no regime permanente final (repouso).

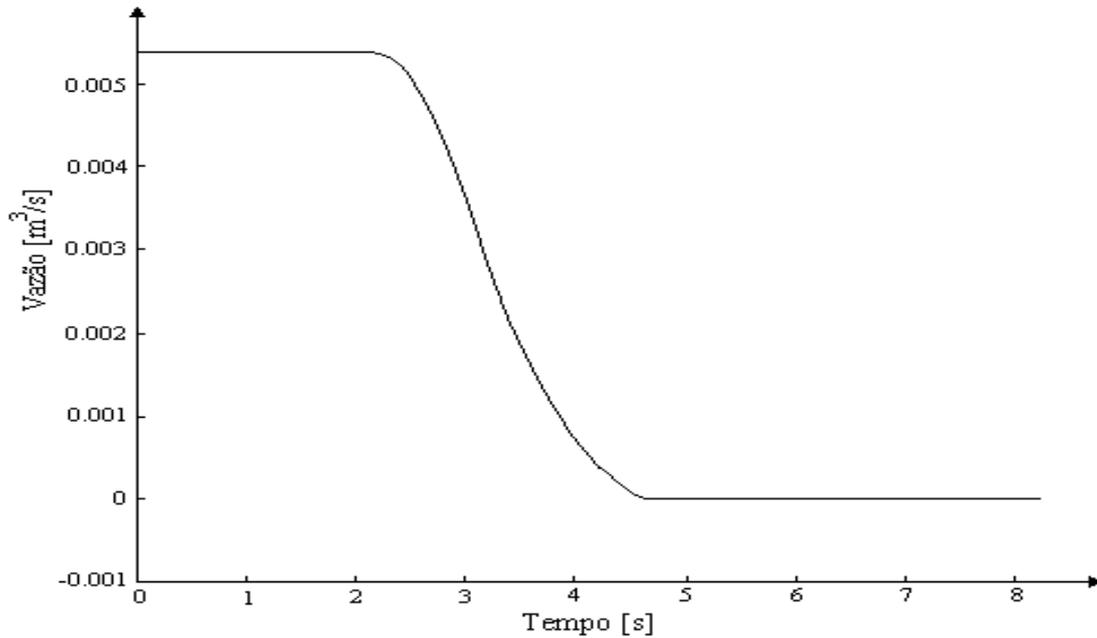


Figura 3 – Distribuição temporal da vazão durante o transiente hidráulico

Para a aquisição dos registros de pressão - tempo, é necessária a instalação de anéis piezométricos na tubulação, nas posições u e d (Fig. 1). Cada anel piezométrico (Fig.4) é composto por quatro tomadas de pressão diametralmente opostas, na seção de medição, em um eixo normal ao eixo da seção. Cada tomada de pressão deve ser posicionada a $\theta = 45^\circ$ com a horizontal, sendo todas interligadas por um anel externo (ASME, 1992), de onde sairá uma conexão para o transdutor de pressão, que emitirá o sinal médio das tomadas.

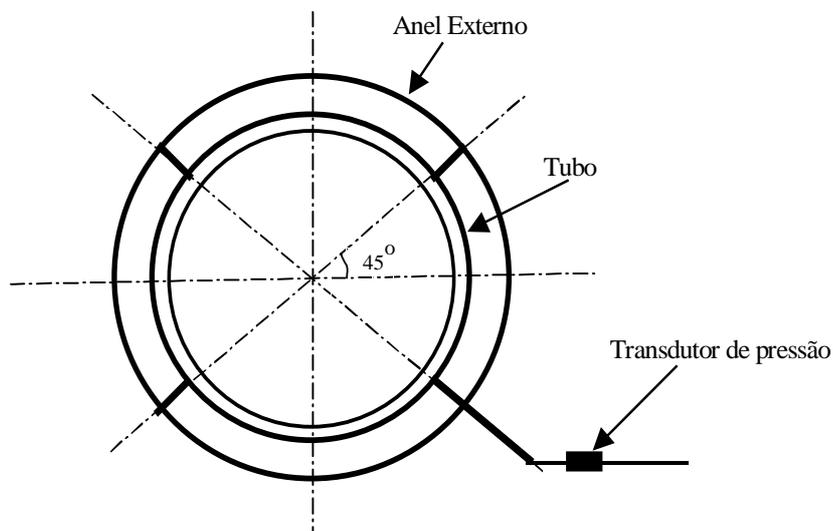


Figura 4 – Representação esquemática de um anel piezométrico

Em cada anel, instala-se um transdutor de pressão que envia sinais elétricos para a placa de aquisição de dados, instalada em um microcomputador. Um programa de aquisição de dados faz a leitura e o armazenamento dos sinais emitidos pelo transdutor. Através de adequada calibração, os sinais elétricos são transformados em sinais de pressão, no caso em metros de coluna d'água, como mostrado na Fig. 2.

2. EQUACIONAMENTO

O escoamento de um fluido em um conduto forçado é governado por duas equações básicas (Ribeiro, 1985 e Wylie & Steeter, 1978):

- Equação da conservação da massa (continuidade);
- Equação da conservação da quantidade de movimento.

Estas equações serão apresentadas adotando-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- escoamento unidimensional e isotérmico;
- deformações do conduto e do líquido ocorrendo dentro do regime elástico;
- ausência de vaporização do líquido (cavitação);
- energia cinética específica ($V^2/2g$) desprezível.

2.1. Equação da Conservação da Massa

Considere o volume de controle apresentado na figura 5(a).

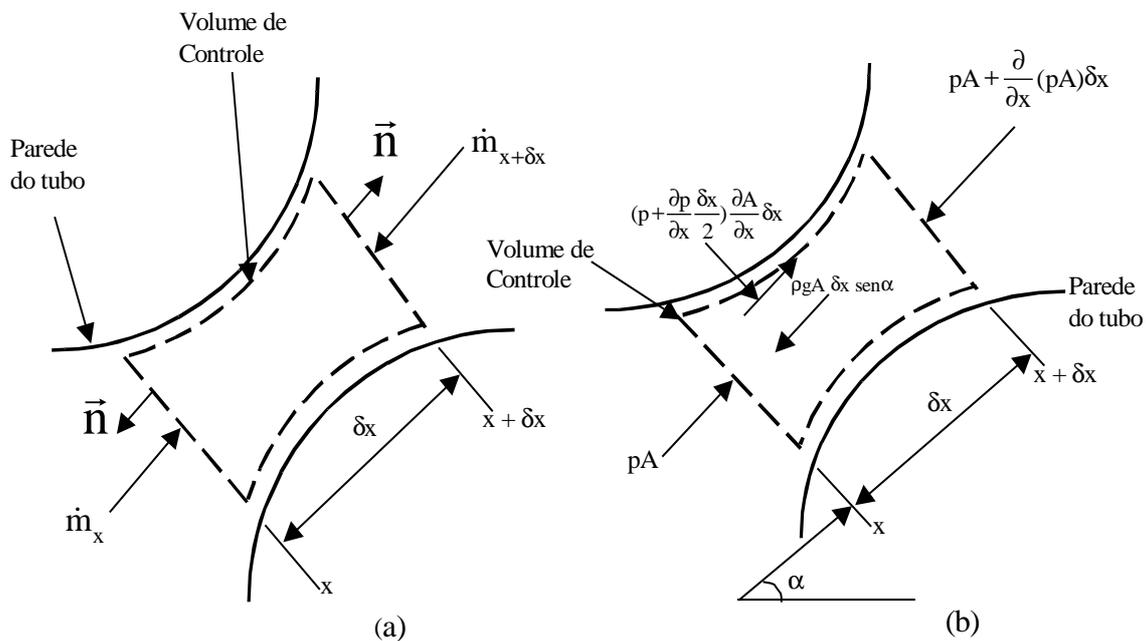


Figura 5 – Volume de controle para aplicação: (a) do Princípio da Conservação da Massa; (b) do Princípio da Quantidade de Movimento

Pelo princípio da conservação da massa, em determinado instante t , o fluxo de massa na seção x (\dot{m}_x) é igual ao fluxo de massa na seção $x + \delta x$ ($\dot{m}_{x+\delta x}$), obtendo-se, então, a conhecida equação da continuidade, em termos da altura piezométrica (Wylie & Streeter, 1978):

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a^2}{g} V_x = 0 \quad (2)$$

onde

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} V_x + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3)$$

$$V_x = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4)$$

Nestas equações H representa a altura piezométrica, V a velocidade axial da água na tubulação, g a aceleração da gravidade e a a velocidade de propagação da onda de pressão.

2.2. Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

Considere o volume de controle esquematizado na Fig. 5(b), onde está representado o seguinte sistema de forças (Ribeiro, 1985 e Wylie & Streeter, 1978):

- força peso: $\rho g A \text{ sen } \alpha$;
- força de atrito na superfície lateral: F_s ;
- forças devido à pressão:
 - na seção transversal x : pA ;
 - na seção transversal $x+\delta x$: $pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} \delta x$;
 - na superfície lateral: $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\partial A}{\partial x} \delta x$.

O símbolo ρ representa a densidade do fluido, δx o comprimento do volume de controle, α o ângulo de inclinação do eixo x com relação à horizontal, A a área da seção transversal e p a pressão.

Impondo-se que a resultante das forças na direção x deve ser igual à variação total da quantidade de movimento nesta direção, obtém-se, em termos de vazão, a conhecida equação de conservação da quantidade de movimento (Wylie & Streeter, 1978):

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} + f \frac{Q|Q|}{2A^2 D} + gH_x = 0 \quad (5)$$

onde: $\frac{dQ}{dt} = V_x \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial t}$ e $Q = VA$ (6)

2.3. Equação de Gibson

A equação da continuidade, Eq. (2), que pode ser escrita como:

$$V_x = -\frac{g}{a^2} \frac{dH}{dt}, \quad (7)$$

mostra que, quando dH/dt é pequeno, $V_x \cong 0$, pois g/a^2 é da ordem de 10^{-5} , para o escoamento de líquidos em tubulações de aço.

Esta condição é denominada de manobra lenta. Neste caso $V = V(t)$, indicando que o fluido se deslocará na tubulação como um bloco rígido (Ribeiro, 1985).

Introduzindo $V_x = 0$ na Eq. (5), resulta:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{fQ|Q|}{2A^2D} + gH_x = 0 \quad (8)$$

Integrando-se a Eq. (8), num dado instante t , entre as seções u e d do tubo (Fig. 1), resulta:

$$\left(\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + f \frac{Q|Q|}{2A^2D} \right) L + g(H_d - H_u) = 0 \quad (9)$$

Integrando-se a Eq. (9) entre os instantes t_i e t_f , onde $Q = Q_i$ e $Q = Q_f$ respectivamente, chega-se à equação de Gibson (Almquist, 1986 e Schohl, 1991):

$$Q_i = Q_f + \frac{gA}{L} \left[\int_{t_i}^{t_f} (H_d - H_u) dt - \frac{\Delta H_i}{Q_i^2} \int_{t_i}^{t_f} Q|Q| dt \right], \quad (10)$$

onde $fL^2/2gA^2D = -|\Delta H_i|/Q_i^2$, sendo ΔH_i a perda de carga em regime permanente inicial entre as seções u e d e Q_i a vazão correspondente.

3. CONSIDERAÇÕES NUMÉRICAS DO MÉTODO DE GIBSON

Para se resolver numericamente a Eq. (10), isto é, obter-se a evolução da vazão ao longo do tempo (Fig. 3), a partir do registro temporal H_d-H_u (Fig. 2) é necessário adotar-se uma condição inicial Q_i , que é o objetivo final do método de Gibson. Isto exige um procedimento iterativo: valores sucessivos de Q_i são admitidos, até que se obtenha uma curva de vazão que se anula após o fechamento da válvula.

As integrais que aparecem na Eq. (10) podem ser calculadas numericamente, com grande precisão, por regras simples de trapézio, pois as frequências usuais de aquisição são muito maiores do que as frequências características de oscilação das pressões.

Entre dois instantes sucessivos separados de Δt (usualmente o intervalo de aquisição dos dados), tem-se:

$$\begin{aligned} t_i &= t_n; & t_f &= t_n + \Delta t \\ Q_i &= Q_n; & Q_f &= Q_{n+1} \\ H_d - H_u &= \Delta H \end{aligned} \quad (11)$$

e integrando-se a Eq. (10) resulta:

$$Q_n - Q_{n+1} = \frac{gA}{L} \frac{\Delta H_n + \Delta H_{n+1}}{2} \Delta t - \frac{gA}{L} \frac{\Delta H_i}{Q_i^2} \Delta t |Q_n| Q_{n+1} \quad (12)$$

A Eq. (12) mostra que a vazão num instante posterior é obtida a partir da vazão no instante atual e do registro temporal da diferença de pressão, resultando na curva da Fig. 3,

onde o valor inicial Q_i corresponde a Q_f , e deve ser iterativamente ajustado até que a curva se anule após o fechamento da válvula.

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

O sistema de aquisição de dados sempre é contaminado por ruídos. O mais comum provém da rede de energia elétrica que alimenta o sistema, com frequência de 60 Hz. Dependendo da instalação, podem surgir contaminações devido a vibrações estruturais, turbulências de várias frequências no escoamento etc., de maneira que a Fig. 2 é, na verdade, uma idealização filtrada dos sinais que realmente são adquiridos (Fig. 6). A filtragem dos sinais pode ser realizada tanto numericamente como eletronicamente. Nos ensaios realizados em laboratório, verificou-se que são obtidos bons resultados adotando-se filtros digitais padrões passa-baixa, do tipo Butterworth de ordem 4, com frequência de corte da ordem de 20Hz.

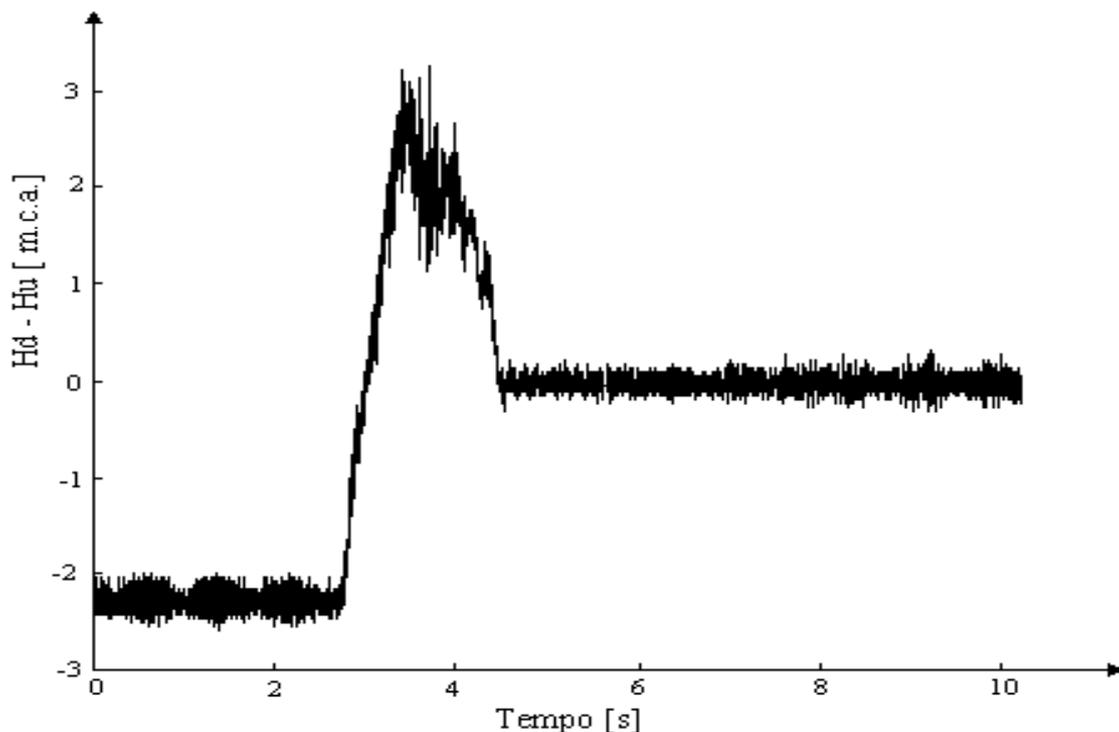


Figura 6 – Sinal contaminado por ruído

Esta frequência é facilmente estimada a partir da análise espectral dos sinais adquiridos. Realizando-se a transformada de Fourier no sinal adquirido, obtém-se o espectro de frequência tal como apresentado na Fig. 7, que foi representada em duas partes por uma questão de escala. Nota-se que a maior parcela da energia do sinal está concentrada em frequências abaixo de 10 hertz (Fig. 7a). Ocorrem picos em 60 hz e em seus múltiplos, indicando a presença de ruídos oriundos da rede elétrica que alimenta o sistema de aquisição de dados (Fig. 7b).

Experimentos com outras frequências de corte e outras ordens ou tipos de filtros, mostraram que pouca influência têm no resultado final, mesmo com sinais sem filtragem. O filtro, entretanto, é útil pois permite uma visualização mais clara do fenômeno, principalmente na identificação do início e do fim da manobra, que são parâmetros fundamentais no cálculo da Eq. (12).

Para os dados apresentados na Fig. 6, em particular, obtém-se uma vazão $Q_i = 19,70$ (m^3/h), apresentando um erro de 0,61% com relação à vazão esperada que é de $19,58$ (m^3/h).

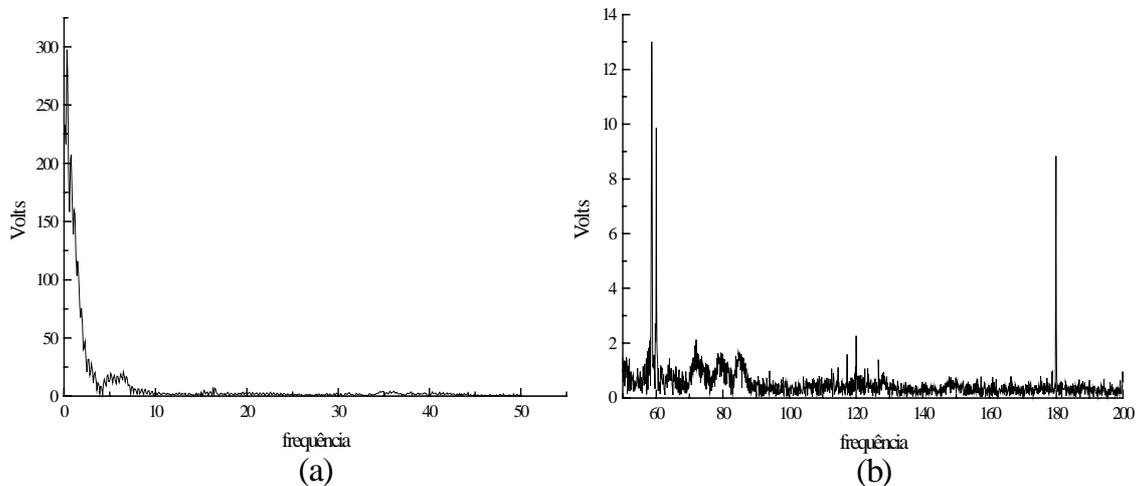


Figura 7 – Espectro de frequências

Foram obtidas 150 curvas semelhantes à da Fig. 6, em uma instalação análoga a da Fig. 1, com tubo de PVC e reservatório de aço, mantido em carga piezométrica constante, via bombeamento extravasando em um tubo ladrão. Procurou-se explorar os diversos fatores que podem interferir nos resultados, tais como:

- o tempo e perfil da manobra (0,5 a 2,5 s, fechamento manual ou pneumático);
- a posição dos transdutores de pressão ao longo da tubulação (próximo à válvula ou longe dela);
- a distância L entre os transdutores (de 2 a 4 m);
- o ângulo inicial de abertura da válvula (diferentes valores de Q_i : de 11 a 20 m^3/h);
- aquisições fora do anel piezométrico (diretamente sobre a parede do tubo).

Os resultados obtidos pelo método de Gibson foram comparados com valores de vazão obtidos por medição direta de volumes aduzidos em reservatório calibrado.

Um fator que exigiu cuidados especiais e que deve merecer toda a atenção do experimentador é a obtenção de valores corretos para a calibração dos transdutores. Coeficientes de calibração que funcionam muito bem em condições estáticas podem apresentar distorções quando trabalham dinamicamente, devido a efeitos de histerese. É vital dispor de transdutores de boa qualidade.

O grande mérito do método foi a precisão obtida entre 2 e 5%, com relação à vazão esperada, independentemente da configuração testada (algumas incomuns), confirmando sua robustez. Dispondo-se de um par de transdutores devidamente calibrados, placa de aquisição e microcomputador PC, o método é uma alternativa competitiva, tanto em custo como em precisão, na obtenção de vazões, principalmente em instalações de grande porte, onde a instrumentação de plantas em operação é mais complicada.

REFERÊNCIAS

- Almquist, C. W. & Kirkpatrick, J. F., 1986, Flow Measurements using the Pressure-Time Method at the Great Falls Hydro Plant, Report N^o WR28-1-13-104, Norris, Tennessee, USA.
- ASME (American Society of Mechanical Engineers), 1992, Hydraulic Turbines, , Performance Test Codes PTC18, pp. 47-52, New York, USA.
- Ribeiro, C. R., 1985, Controle de Escoamentos em Redes de Conduitos Forçados, Tese de Doutorado, Escola Politécnica - USP, São Paulo, Brasil.
- Schohl, G. A. & March, P. A., 1991, Theoretical and Numerical Analysis of Pressure-Time Flow Measurement Method, Tennessee Valley Authority, Engineering Laboratory, Report N^o WR28-1-900-244, Norris, Tennessee, USA.
- Wylie, E. B., & Streeter, V. L., 1978, Fluid Transients, McGraw Hill, New York, USA.

FLOW MEASUREMENT THROUGH GIBSON METHOD

Abstract. *The measurement of fluid flow in forced conduits is a great challenge for engineers working with hydroelectric plants and pumping units. The existing methods are expensive and do not provide great accuracy. The flow rate calculated using Gibson method can be very accurate and relatively inexpensive. This work presents some theoretical considerations and laboratory results allowing observations about the feasibility and limitations of the method. The errors due to noise in the data acquisition system and filtering of the data are analyzed.*

Key words: *Transient, Gibson, Transducer, Flow Rate*